

## Гидрогеологическая интерпретация некоторых элементов гидрографа рек

Делчо Моллов

Моллов, Д. 1975. Гидрогеологическая интерпретация некоторых элементов гидрографа рек. — *Инж. геол. и гидрогеол.*, 1, 50—59.

В периоды, когда питание рек только подземное, уменьшение их расхода связано с истощением водоносных горизонтов в пределах водосборной площади. Это означает, что гидрограф рек несет в эти породы информацию о питании подземных вод перед началом дренирования и об условиях дренирования. Гидродинамическим путем найден закон уменьшения расхода рек после кратковременных интенсивных дождей и при продолжительном дренировании водоносных горизонтов. Показан способ определения питания подземных вод по форме гидрографа. Дан пример гидрогеологической интерпретации гидрографа рек на Кубе.

Адрес: Болгарская академия наук, Геологический институт, София 1113.

Mollov, D. 1975. Hydrogeological Interpretation of Some Elements of River Hydrograph. — *Engineering Geology and Hydrogeology*, 1, 50—59.

In the periods when there is only underground recharge of a river the diminishing of its run off is related to the depletion of the adjacent aquifer. It means that the river hydrograph can be used as a source of information both for ground water recharge before the beginning of drainage and for drainage conditions. By hydrodynamic analysis the law for diminishing the river discharge after short intensive rain falls and for a long period of drainage is found. A method for determining the recharge using the hydrograph shape is given. An example for hydrogeological interpretation of Cuba's river hydrograph is presented.

Address: Bulgarian Academy of Sciences, Institute of Geology Sofia 1113.

Существующие методы определения питания подземных вод по режиму речного стока базируются на расчленение гидрографа на подземные и поверхностные компоненты. При этом основные трудности состоят в выделении подземной составляющей во время паводка. Предложено много способов разделения поверхностного и подземного стока (Куделин, 1960). Все они основываются на общегидрогеологических соображениях. Гидродинамического критерия пока нет.

В периоды, когда питание рек только подземное, уменьшение их расхода вызвано истощением водоносных горизонтов в пределах водосбора. Это означает, что кривая уменьшения расхода должна описываться законами подземной гидродинамики, связанными с процессами дренирования. Параметры кривой дренирования любого водоносного горизонта

зависят от геометрических размеров пласта, его гидрогеологических характеристик и от величины инфильтрационного питания, которое получил горизонт до начала дренирования. Последнее говорит о том, что кривая дренирования является носителем информации о питании водоносных горизонтов. Отсюда вытекает принципиальная возможность определения инфильтрационного питания подземных вод по форме гидрографа рек.

В литературе известны некоторые разработки относительно аналитического описания гидрографа рек. Решая краевую задачу дифференциального уравнения неустановившейся фильтрации, Бусинеск (1877) получил выражения об уменьшении дебита источников в засушливый период. Для пласта значительной мощности зависимость экспоненциальная, а для пласта малой мощности — кривая третьего порядка. Он принимает, что водоносный горизонт дренируется цепочкой источников. Дренирующее действие каждой реки можно рассматривать как действие цепочки источников. Поэтому следует ожидать, что уменьшение расхода рек в засушливых периодах тоже будет подчиняться зависимости Бусинеска. Годд (1959) приводит результаты исследования многих авторов, которые экспериментально доказывают, что расход рек уменьшается следуя экспоненциальному закону. Йотов (1964) аппроксимирует довольно точно уменьшение расхода некоторых рек кривой третьего порядка Бусинеска. Более общую формулу для аналитического аппроксимирования дебита источников предлагается Гылыбовым (1972). В приведенном им примере реальные дебиты и вычисленные по аппроксимирующей формуле приближаются удивительно. С точки зрения настоящей статьи особый интерес заслуживает работа Беркалова (1967). В ней исследуется закон истощения водоносных горизонтов при трех гидродинамических схемах. Доказывается, что в начальных моментах времени дебит истощения всегда пропорционален обратному квадратному корню времени. По истечении некоторого времени, которое для каждой гидродинамической схемы определяется соответствующим критерием, дебит истощения подчиняется экспоненциальному закону. Как раз с этой работы взяти некоторые идеи настоящей статьи и в частности уравнение (4). Однако для более полного понимания гидрогеологических предпосылок его применения ниже приводится, коротко, его получение.

Основной целью всех цитированных и других исследований является прогнозирование расхода рек и источников. Вопрос об определении питания водоносных горизонтов по кривым спада расхода рек пока оставался без внимания. Здесь попытаемся доказать, что питание грунтовых вод тоже может быть определено по форме гидрографа рек. Следуя Бусинеску принимаем, что дренирующее действие реки можно рассматривать как действие бесконечной цепочки источников. Отсюда вытекает возможность использования гидродинамических схем одномерной фильтрации.

Рассмотрим следующую вычислительную гидродинамическую схему (рис. 1). Грунтовый поток длиной  $l$  ограничен рекой с постоянным уровнем и водонепроницаемым склоном. Водовмещающие породы характеризуются коэффициентом фильтрации  $k$  и водоотдачей  $\mu$ . В результате длительного дренирования уровень потока занял установившееся положение. При этом средняя мощность потока равняется  $h_{cp}$ . В каком-то моменте времени с поверхности проникает к горизонту порция воды  $Wl$  ( $W$  — количество воды на единицу длины, выраженное толщиной слоя).

Под влиянием этой воды уровень потока быстро повысится и вызовет подземный сток к реке. Величина этого стока переменная во времени. Найдем закон ее изменения.

Признаем, что вода проникла к горизонту за очень короткое время (теоретически мгновенно) и поэтому ее действие рассматриваем как им-

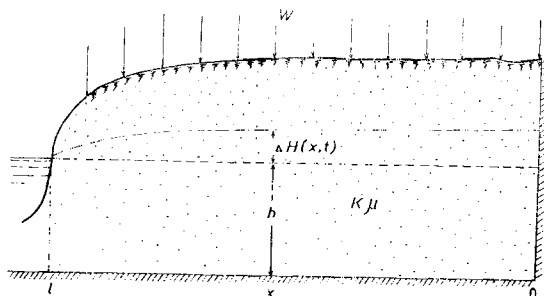


Рис. 1  
Fig. 1

пульсное. При такой постановке задача сводится к решению дифференциального уравнения неустановившейся фильтрации при импульсном действии инфильтрационного питания. Применяя принцип суперпозиции (Шестаков, 1965; Моллов, 1970; Пехович и Жидких, 1968) заменим действие инфильтрационного питания двумя процессами: мгновенное повышение уровня потока на постоянную по всей длине величину  $W/\mu$  и мгновенное понижение уровня воды в реке на величину  $W/\mu$ . Результат действия первого процесса выразится постоянной величиной ( $\Delta H_1 = W/\mu$ ) и поэтому он не будет отражаться на уменьшение расхода потока. Изменение уровня, вызванное вторым процессом ( $\Delta H_2$ ) получается решением следующей краевой задачи: считая, что изменение уровня слабо влияет на проводимость пласта опишем процесс линейным уравнением Фурье

$$(1) \quad \frac{\partial}{\partial t} (\Delta H_2) = a \frac{\partial^2}{\partial x^2} (\Delta H_2); \quad a = \frac{kh_{cp}}{\mu}$$

Начальные и граничные условия задачи следующие

$$(2) \quad \Delta H_2(x, 0) = 0; \quad \Delta H_2(l, t) = -\frac{W}{\mu}; \quad \frac{\partial}{\partial x} [\Delta H_2(0, t)] = 0.$$

Решение уравнения (1) при условиях (2) хорошо известно в литературе по гидродинамике (Шестаков, 1965; Абрамов, Биндеман и др., 1960, и др.) Напишем его в изображениях по Лапласу

$$F = -\frac{W}{\rho\mu} \cdot \frac{ch\sqrt{p/a} x}{ch\sqrt{p/a} l} \quad F = \int_0^{\infty} \Delta H_2(x, t) \exp(-pt) dt.$$

Отсюда получаем изображение уклона потока в сечении  $x=l$ , т. е. у реки

$$(3) \quad F'(l) = -\frac{W}{\mu\sqrt{pa}} th\sqrt{p/a} l.$$

Применяя известное разложение

$$th\sqrt{p/a}l = 1 - 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \exp(-\sqrt{p/a}l)$$

и осуществляя обратное преобразование находим градиент потока в сечении

$$(4) \quad \frac{\partial}{\partial x} [AH_2(l, t)] = -\frac{W}{\mu\sqrt{\pi at}} \left[ 1 - 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \exp\left(-\frac{\pi^2 l^2}{at}\right) \right].$$

Выражение в квадратных скобках в (4) является функцией безразмерного параметра  $Fo = at/l^2$ . Исследование этой функции показывает, что при  $Fo \leq 0,15$  она отличается от единицы меньше, чем на 1%. Это означает, что в начальных моментах времени ( $t \leq 0,15 l^2/a$ ) после мгновенного поступления воды к грунтовому потоку его градиент в сечении  $x=l$  будет описываться формулой

$$\frac{\partial}{\partial x} (AH_2) = -\frac{W}{\mu\sqrt{\pi at}},$$

а его расход будет уменьшаться следуя зависимости

$$(5) \quad q = \frac{kh_{cp}W}{\mu\sqrt{\pi at}} = \frac{\sqrt{a}W}{\sqrt{\pi t}}.$$

Водосборный бассейн каждой реки можно рассматривать как состоящий из  $m$  притоков с длиной  $b_m$ . Принимая, что подземное питание каждого притока подчиняется зависимости (5) получаем, что его расход выразится формулой

$$(6) \quad Q_m = \frac{2b_m\sqrt{a}W}{\sqrt{\pi t}} f_m = \frac{\sqrt{a}}{l'} \cdot \frac{W}{\sqrt{\pi t}},$$

где  $f_m$  — площадь водосборного бассейна притока;

$l'$  — какое-то среднее расстояние от притока до водораздельной линии со соседним притоком. Отметим, что водораздельная линия является линией с нулевым расходом, что дает право пользоваться схемой на рис. 1.

Суммируя расходы всех притоков получим общий сток реки

$$(7) \quad Q = f \frac{\sqrt{a}}{l_{cp}} \cdot \frac{W}{\sqrt{\pi t}},$$

где  $f$  — площадь водосбора реки;

$\frac{\sqrt{a}}{l_{cp}}$  — комплексный параметр, характеризующий условия дренирования подземных вод в пределах водосбора.

Формула (7) выражает закон уменьшения подземного питания реки в начальных моментах после того как подземные воды в пределах водосбора получили однократное быстрое пополнение запасов. Обычно это вызвано интенсивным дождем с небольшой продолжительностью. В коор-

динатной системе  $Q \div 1/\sqrt{t}$  эта формула выражается прямой линией с угловым коэффициентом

$$(8) \quad i = \frac{\sqrt{a}}{l_{\text{ср}}} \cdot \frac{Wf}{\sqrt{\pi}}; \quad W = i \cdot \frac{\sqrt{\pi}}{f \cdot \frac{\sqrt{a}}{l_{\text{ср}}}}$$

Отсюда вытекает возможность определения количества воды  $W$ , поступившее к подземным водам. Во формуле (8) два неизвестных:  $W$  и  $\sqrt{a}/l_{\text{ср}}$ . Ниже будет показан способ определения комплексного параметра  $\sqrt{a}/l_{\text{ср}}$ .

Построение расхода реки после дождя в координатной системе  $Q \div 1/\sqrt{t}$  должно формировать три характерных участка кривой. Первый участок соответствует периоду, когда питание реки подземное и поверхностное. Тогда график отклоняется от прямой. Второй участок начинается с момента, когда питание реки становится только подземным. В этом участке формируется прямая линия. По истечении некоторого времени ( $t \approx 0,15 l^2/a$ ) формула (5) не будет точной и данные должны снова отклоняться от прямой. Самым интересным для нас является второй участок т. к. он дает возможность определения инфильтрационного питания.

Комплексный параметр  $\sqrt{a}/l_{\text{ср}} = \beta$  аналогичен коэффициенту истощения в уравнениях Бусинеска. Эта аналогия подсказывает, что методику для определения комплексного параметра  $\beta$  должны искать в анализе процессов истощения водоносных горизонтов. Для этого рассмотрим опять схему на рис. 1 в предположении, что инфильтрационное питание с интенсивностью  $\varepsilon$  действует очень длительное время. В результате этого кривая депрессии займет установившееся положение, которое можно описать решением линеаризованного уравнения фильтрации

$$(9) \quad \Delta H = \frac{\varepsilon x}{T} \left( t - \frac{x}{2} \right); \quad T = kh_{\text{ср}}$$

Начало координатной системы расположено у реки.

В моменте  $t=0$  питание  $\varepsilon$  становится равным нулю и начинается процесс истощения водоносного горизонта. Его расход в начальном сечении ( $x=0$ ) будет уменьшаться с течением времени.

Решение этой задачи относительно  $\Delta H(x, t)$ , полученное методом разделения переменных (Пехович и Жидких, 1968; Тихонов и Самарски, 1966, и др.), имеет следующий вид.

$$(10) \quad \Delta H(x, t) = \frac{16\varepsilon l^2}{\pi^3 T} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^3} \sin(2n-1) \frac{\pi x}{2l} \exp \left[ -(2n-1)^2 \frac{\pi^2}{4l^2} at \right].$$

Дифференцируя (10) по  $x$  и приравнявая  $x=0$  находим значение уклона потока в начальном сечении  $x=0$

$$\Delta H'_x(0, t) = \frac{8\varepsilon l}{\pi^2 T} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2} \exp \left[ -(2n-1)^2 \frac{\pi^2}{4l^2} at \right].$$

Отсюда расход потока в начальном сечении выразится формулой

$$(11) \quad q = \frac{8\epsilon l}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2} \cdot \exp\left[-(2n-1) \frac{\pi^2}{4l^2} at\right].$$

Ряд в правой части (11) сходится очень быстро при больших значениях параметра  $Fo = at/l^2$ . При  $at/l^2 \geq 0,2$  его сумма отличается от первого

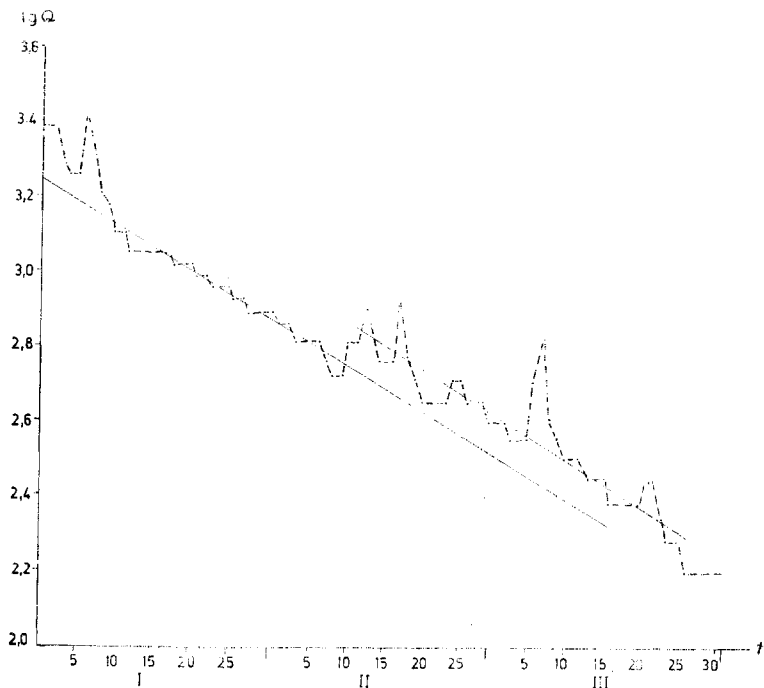


Рис. 2  
Fig. 2

члена меньше чем на 1%. Поэтому некоторое время ( $t \geq 0,2 l^2/a$ ) после начала дренирования расход потока будет описываться уравнением

$$(12) \quad q = \frac{8l\epsilon}{\pi^2} \exp\left(-\frac{\pi^2}{4l^2} at\right).$$

Далее для перехода от удельного расхода ( $q$ ) грунтового потока к расходу реки проводим те же рассуждения что и выше. В конечном счете находим, что расход реки в процессе дренирования будет уменьшаться следуя формуле

$$(13) \quad Q = \frac{8f\epsilon}{\pi^2} \exp\left(-\frac{\pi^2}{4} \cdot \frac{a}{l_{cp}^2} t\right).$$

Логарифмируем обе стороны (13), в результате чего получаем

$$(14) \quad \lg Q = \lg \frac{8f\epsilon}{\pi^2} - \frac{\pi^2}{9,2} \cdot \frac{at}{l_{cp}^2}.$$

В координатной системе  $lg Q \div t$  уравнение (14) выражается прямой линией с угловым коэффициентом

$$(15) \quad I = \frac{\pi^2}{9,2} \cdot \frac{a}{l_{cp}^2} = 1,07\beta^2.$$

Видно, что уклон прямой определяется только параметром  $\beta^2$ . Отсюда вытекает возможность для определения  $\beta$ , пользуясь формулой (15):  $\beta = 0,97\sqrt{I}$ .

Первый член правой части уравнения (14) определяется отсечкой  $b$  от оси ординат. По этой отсечке можно вычислить среднее инфильтрационное питание, которое получали водоносные горизонты перед началом дренирования:  $\varepsilon = \frac{\pi^2}{8f} \cdot \exp(2,3b)$ .

В качестве примера приведем некоторые результаты анализа режима реки Сагуа ла Чика, которая находится в Северной части провинции Лас Вилья — Куба. Площадь водосборной области 278 км<sup>2</sup>. Расположен на отметках от 50 до 400 м. Среднегодовое количество осадок 1600 мм. Водосбор сложен в основном серпентинитами.

На рис. 2 показано уменьшение расхода реки в начале 1964 года. Данные построены в координатной системе  $lg Q \div t$  ( $Q, l/s$ ). Наблюдается хорошо выраженный прямолинейный участок. Процесс дренирования нарушен дождем в середине февраля, что вызвало параллельный перенос прямой. Этим еще раз доказывается то, что уклон прямой зависит только от условия дренирования. Уклон прямой на рис. 2 составляет  $I = 1,2 \cdot 10^{-1}$ /сутки. По формуле (15) вычисляем

$$\beta = \sqrt{0,93I} = 0,106 \frac{1}{(\text{сутки})^{1/2}}.$$

Отсечка от ординатной оси составляет

$$lg \frac{8\varepsilon f}{\pi^2} = 3,25.$$

Отсюда вычисляем среднее значение инфильтрационного питания  $\varepsilon = 0,68$  мм/сутки, которое составляет около 10—12% от осадков.

Таблица 1

Дата дождя	Время после дождя в сутках							
	расход в м <sup>3</sup> /с							
	1	2	3	4	5	6	7	8
1. 16. VIII. 1964	10,8	4,66	2,78	2,21	2,17	1,72	1,50	1,42
2. 16. IX. 1965	2,66	0,92	0,63	0,51	0,46	0,39	0,37	0,34
3. 1. IX. 1966	4,31	2,34	1,93	1,78	1,60	1,48	1,40	1,31
4. 25. II. 1966	2,79	0,60	0,28	0,20	0,15	0,15	0,12	0,11
5. 18. VIII. 1966	6,82	3,77	3,14	3,14	2,66	2,48	2,42	2,35

В табл. 1, приведены некоторые данные об уменьшении расхода реки после интенсивного короткого дождя. Эти данные построены в координатной системе  $Q \div 1/\sqrt{t}$  (рис. 3). Как и следовало ожидать, фор-

мируются хорошо выраженные прямые. С правой стороны расположены участки, для которых питание реки смешанное (поверхностное и подземное). Поверхностное питание продолжается максимум до четвертого дня после дождя (кривая 5 на рис. 3). Уклоны прямых составляют:

$$i_1 = 5,42 \cdot 10^5 \frac{m^3}{\sqrt{\text{сутки}}}; i_2 = 1,06 \cdot 10^5 \frac{m^3}{\sqrt{\text{сутки}}}; i_3 = 2,5 \cdot 10^5 \frac{m^3}{\sqrt{\text{сутки}}};$$

$$i_4 = 0,69 \cdot 10^5 \frac{m^3}{\sqrt{\text{сутки}}}; i_5 = 2,82 \cdot 10^5 \frac{m^3}{\sqrt{\text{сутки}}}.$$

Используя формулу (8), при известном уже параметре  $\beta = \sqrt{a}/l_{св}$  определяем количество воды, проникшее к подземным водам. Вычисления показывают, что:

$$W_1 = 32,5 \text{ мм}; W_2 = 6,4 \text{ мм}; W_3 = 15,0 \text{ мм};$$

$$W_4 = 4,15 \text{ мм}; W_5 = 16,9 \text{ мм}.$$

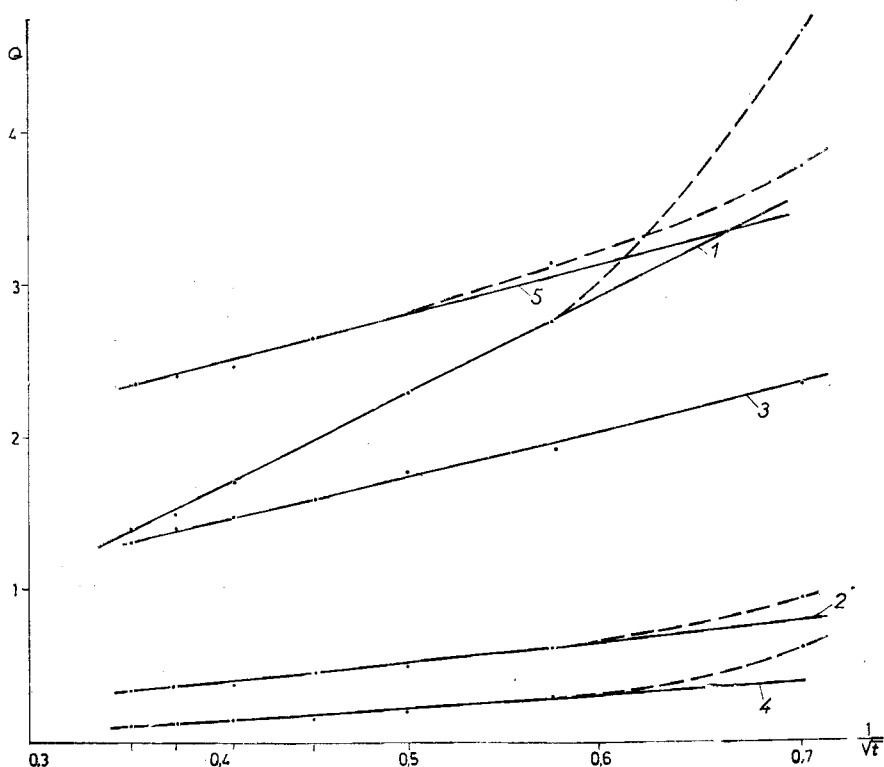


Рис. 3  
Fig. 3

Полученные прямые на рис. 3 показывают, что формула (7) на самом деле описывает реальный процесс, с которым можно столкнуться при анализе гидрографа некоторых рек. При этом, конечно, нужно следит за со-



блюдении основных предпосылок, принятых при выводе этой формулы. Отметим, что гидрологические, климатические, гидрогеологические и топографические условия Кубы благоприятствуют применению формул (7) и (13). Дожди выпадают, в основном, в летные месяцы (V—IX). Остальное время года практически лишено осадков. При этом формируются два этапа в режиме подземных вод: этап интенсивного питания и этап продолжительного дренирования. Выпадение одиночных дождей зимой происходит в условиях продолжительного дренирования. Кроме того, основные водоносные горизонты со свободной поверхностью, что благоприятствует быстрому проникновению дождевой воды до их уровня.

В заключении отметим, что применение предложенных формул не ограничивается только условиями Кубы. Подходящие условия для их применения могут встретиться и в других климатических зонах.

## Литература

- Абрамов, С. К., Н. Н. Биндеман, Ф. М. Боचेвер, Н. Н. Веригин, 1960. Влияние водохранилищ на гидрогеологические условия прилегающих территорий. М., Госстройиздат.
- Йотов Ил. 1964. Относно определяне модула на подземния отток в напукани скали. — *Труд. геол. Бълг., сер. инжен. геол. и хидрогеол.*
- Куделин, Б. Н. 1960. Принципы региональной оценки естественных ресурсов подземных вод. М., Москов. ун-та.
- Моллов, Д. 1970. Полосообразный полив в ограниченном грунтовым потоке. — *Докл. БАН*, 23.
- Пехович, А. И. и В. М. Жидких. 1968. Расчеты теплового режима твердых тел. Л., Энергия.
- Тихонов, А. Н., А. А. Самарский. 1936. Уравнения математической физики. М. Наука.
- Шестаков, В. М. 1965. Теоретические основы оценки и подпора, водопонижения и дренажа. М.
- Berkaloff, E. 1967. Limite des validité des formules courantes de tarissement du débit. — *Chron. d'Hydrogeologie BRGM*, 10.
- Boussinesq, J. 1877. Essai sur la theorie des eaux courantes Paris.
- Galabov, M. 1972. Etude sur l'expression mathématique des hydrogrammes de sources (application à l'Ain Makhlouf, Algérie) — *Hydrogéologie, géologie de l'ingénieur. BRGM*, 2.
- Todd, D. 1959 Ground Water Hydrology, 1.
- Boletin hidrometrico N 1, 2, 3, Centro Informacion tecnica, DAP — Cuba

Одобрена на 15. XI. 1974 г.

Accepted September 15, 1974.

# Hydrogeological Interpretation of Some Elements of River Hydrograph

*D. Mollov*

(Summary)

In the initial moments ( $t \leq 0.15 l^2/a$ ) after a short intensive recharge by infiltration, the rate of ground water discharge in section  $x=l$  will diminish according to the formula

$$(5) \quad q = \sqrt{a} \frac{W}{\sqrt{\pi t}},$$

where  $W$  — a quantity of water recharging unit length of flow;  
 $a$  — coefficient of aquifer diffusivity;  
 $l$  — length of flow.

It is assumed that the ground water recharge of all tributaries in the drainage basin is described by the equation of the type (5). Then the depletion of the corresponding streamflow after a short intensive rainfall in its watershed will diminish following the expression

$$Q = \frac{\sqrt{a}}{l_{cp}} \frac{Wf}{\sqrt{\pi t}},$$

where  $f$  — watershed area;

$\frac{\sqrt{a}}{l_{cp}}$  — parameter defining hydraulic properties of the aquifer and relief dissection.

If  $Q$  is plotted against  $1/\sqrt{t}$  the straight line is obtained, by the slope of which  $W$  can be determined.

If the infiltration recharge  $\varepsilon$  acts for a long time, after it has stopped the streamflow decreases according to the equation:

$$(13) \quad Q = \frac{8\varepsilon f}{\pi^2} \exp\left(-\frac{\pi^2}{4} \cdot \frac{at}{l_{cp}^2}\right).$$

Plotted as  $\lg Q$  against  $t$  this equation gives a straight line, by the slope of which the complex parameter  $\sqrt{al_{cp}}$  is determined. Using the segment which the straight line cuts from the ordinate axis, the intensity of infiltration recharge  $\varepsilon$  is obtained.

The data from many rivers in Cuba indicate that formulae (7) and (13) describe real processes. Some of these data are presented on figs. 2 and 3. The results obtained are in good agreement with the regime observations.